

## LA CONSTRUCTION DU NOMBRE

1er ouvrage : « *Comment les enfants apprennent à calculer ?* »

Il n'y a pas qu'une seule façon de s'approprier le nombre mais une pluralité de chemins d'accès. Promouvoir les chemins d'accès au nombre.

### 1. Des notions fondamentales pour penser les nombres et le cheminement optimal pour les construire.

**Tous les cheminements ne se valent pas ; certains cheminements fonctionnent pour 80% des élèves mais s'avèrent être une impasse pour les plus fragiles.**

Distinguer le nombre de la quantité (2 notions différentes).

**3 notions fondamentales**, très fortement mises en avant dans les programmes de la maternelle de 2015 et les programmes du cycle 2 :

\*l'itération de l'unité

\*l'opposition comptage-numérotage vs comptage-dénombrément

\*l'importance des stratégies de décompositions-recompositions.

Ce sont des notions fondamentales cad qui FONDENT le nombre.

Expérience menée en classe de CP pour tester la compréhension du nombre : « Donne-moi 4 jetons ». Une fois la collection constituée, dire « Non, finalement j'en veux 5 » en masquant les 4 jetons déjà donnés avec la main pour éviter le recomptage et demander à l'élève : « Que suffit-il de faire ? ».

Réponse : 5 c'est 4 et encore 1 ; donc pas besoin de recompter depuis le début, il suffit d'ajouter une nouvelle unité (sauf pour les élèves « enfermés » dans le comptage-numérotage).

Environ 1/5e des élèves ne maîtrisent pas la propriété fondamentale d'itération de l'unité au delà de 4.

Quand l'enfant est entré dans le nombre par le comptage-numérotage, il est très difficile d'en sortir par la suite et cela est source de difficultés.

**Cheminement idéal** : Il faut **éviter le comptage-numérotage** (comme cela est spécifié dans les programmes de 2015), **aller moins rapidement** et faire entrer les élèves dans

le nombre par le **comptage-dénombrement** cad **mettre d'emblée à leur disposition des stratégies de décompositions-recompositions.**

✗ <b>Comptage-numérotage</b>	✓ <b>Comptage-dénombrement</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser la correspondance terme à terme : 1 mot-nombre = 1 unité Appelé « comptage à la Gelman ».</li> <li>• C'est la méthode que la plupart des parents transmettent par méconnaissance.</li> <li>• Façon de procéder : on compte en <b>pointant</b> les objets 1 à 1 et en énonçant de façon coordonnée la comptine numérique.</li> <li>• Dans ce cas, le 4<sup>e</sup> objet est un <b>numéro</b>, un objet pointé. Et l'on nomme de la même façon 2 choses complètement différentes : la position et la quantité, l'ensemble. Cela est <b>source de confusion</b> pour les enfants les plus fragiles.</li> <li>• Dans ce cas, <b>compter n'est pas dénombrer</b> puisque chaque mot réfère à un numéro et non à une quantité.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser la correspondance terme à terme : <b>1 mot-nombre = la quantité des unités déjà prises en compte</b></li> <li>• C'est la méthode que doivent utiliser les enseignants.</li> <li>• Façon de procéder : on compte en <b>saisissant</b> les objets et c'est en <b>posant</b> le 2<sup>e</sup> objet dans la collection successivement constituée que je dis « 2 ».</li> <li>• Ici, chaque mot réfère à une nouvelle quantité : <b>la quantité formée en ajoutant une nouvelle unité</b> à la quantité précédente (itération de l'unité).</li> <li>• Ici, <b>compter = dénombrer une quantité.</b></li> </ul>

**Progression à suivre en maternelle :**

- d'abord construire l'idée de nombre sur les 3 premières quantités** cad que l'enfant en maîtrise toutes les décompositions (ex : 3 c'est 2 et encore 1 mais c'est aussi 1 et encore 2).
- c'est seulement quand il maîtrise les décompositions des 3 premiers nombres que l'on peut passer à 4.
- on construit les 5 premiers nombres dans l'ordre.

Quand on constitue une collection, on explicite verbalement la propriété qui fonde le nombre, l'itération de l'unité : « 1 et encore 1, 2 » ; « 2 et encore 1, 3 »... Ainsi, on enseigne d'emblée l'itération de l'unité (cad le +1) et cela permet d'enseigner le comptage de façon à faire entrer d'emblée les enfants dans le calcul. Sans maîtrise de l'itération de l'unité, il n'y a pas de nombre car c'est cela qui permet de faire des **relations** entre les quantités.

Programmes de maternelle de 2015 :

**Construction progressive des nombres avec accent sur les décompositions :**

-PS : 1, 2, 3

-MS : 1, 2, 3, 4, 5

-GS : 1 à 10

**Attention** aux situations de commande que l'on peut résoudre sans maîtriser l'itération de l'unité et donc le nombre (situations de comptage-numérotage, sans décompositions).

La notion de nombre naît de la **comparaison** de quantités différentes, de l'accès à leurs **différences** et, plus tard, de l'accès à leurs **rappports**.

Tous les travaux sur la **difficulté grave et persistante** montrent qu'il s'agit d'enfants qui s'enferment dans des stratégies de comptage de bas niveau, qui ne construisent pas de relations entre les quantités (problème de flexibilité cognitive chez ces enfants donc enfermement).

Le comptage-numérotage gêne la représentation du nombre, l'opération mentale, il empêche l'enfant de penser, de calculer.

Alternative : faire rentrer les élèves progressivement dans le calcul, définir chaque nouvelle quantité jusqu'à 5 en ajoutant une nouvelle unité.

Pour les nombres après 5, s'appuyer encore sur l'itération de l'unité ET les décompositions qui utilisent 5, en référence à nos doigts (5=repère incorporé).

En psychologie cognitive, il existe plusieurs courants de pensée sur cette question :

-l'approche de Stanislas DEHAENE

-en rupture totale avec lui, celle d'Elizabeth SPELKE qui rejette la thèse que le comptage serait central dans la genèse du nombre. Pour elle, ce qui est crucial dans la genèse du nombre, c'est la façon dont on va **parler** les quantités, à travers leurs décompositions. Cette approche rejoint celle de Brissiaud.

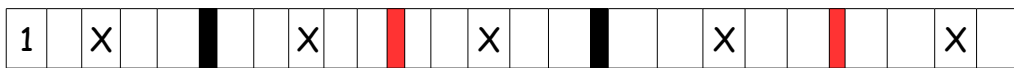
## 2. Un outil qui enferme les plus fragiles dans l'usage du comptage-numérotage : la file numérotée.

Il faut adopter un autre affichage qui montre l'itération de l'unité.

Ex : une affiche par nombre avec le nombre en chiffres et ses différentes représentations (configurations de doigts réels ou schématisés par des barres, constellations du dé, boîtes de 10, ...)

En classe, on peut avoir une file numérique mais pour qu'elle fonctionne de manière authentiquement numérique (cad à travers l'usage des décompositions), il est totalement inutile d'y écrire les numéros.

Ex de file :



Si l'élève a compris les nombres qui correspondent à ces cases, il n'y a pas besoin qu'il y ait les numéros.

Avec une telle frise, on oblige l'enfant à mettre en œuvre mentalement les stratégies de décompositions-recompositions (stratégies conceptuelles qui fondent l'écriture des nombres : 17 c'est 10 et 7).

En écrivant les numéros, on empêche les élèves de mobiliser ces connaissances puisqu'ils n'ont pas besoin de les utiliser.

Un matériel qui s'en rapproche : les boîtes de Picbille, basées sur la structure de doigts de la main.

Autre emploi de la file numérique ayant un effet délétère : trouver le résultat d'une addition élémentaire type 5+3 en faisant des « bonds ».

Une activité fondamentale : la simulation mentale d'une stratégie de décomposition-recomposition que l'enseignant effectue de façon masquée : cf. procédure avec boîte de Picbille : « J'ai 7 jetons dans ma boîte et 4 dans mes mains. Combien en ai-je en tout ? Je place des jetons dans la boîte pour la remplir, combien m'en reste-t-il dans la main ? »

ABSTRAIRE = CONCEPTUALISER. Pour conceptualiser, il faut de la représentation mentale ; un outil pour travailler cela : le masquage et la modélisation de l'action.

### 3. Conclusion : Pourquoi tant d'échecs dans la construction du nombre ?

1986 : début de l'enseignement du comptage-numérotage.

Entre 1987 et 2017 (30 ans) : effondrement des performances des élèves en calcul (correspondant à la perte d'un an et demi d'apprentissage), et ce, quel que soit le milieu socio-culturel des élèves. Cela suggère donc très fortement une **origine didactique**.

#### **Des ressources :**

-Centre Alain Savary (2019) - Premières années de math'ernelle.

-Méthode mathématique « Les Noums » Brissiaud/Retz/Dragon Box : environnement multimédia permettant de remplir tous les objectifs mathématiques du CP.

Révolutionne l'approche des apprentissages numériques à l'école.